

Seat No. : \_\_\_\_\_

# AK-105

April -2018

B.Sc., Sem.-II

## CC-3, Paper-103 : Mathematics (Differential Equation & Co-ordinate Geometry)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

- સૂચનાઓ : (1) બધા પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.  
(2) બધા પ્રશ્નોના ગુણ સમાન છે.  
(3) સંજ્ઞાઓ પ્રચલિત અર્થ ધરાવે છે.

1. (a) સુરેખ વિકલ સમીકરણ ઉકેલવાની પદ્ધતિ વર્ણવો અને વિકલ સમીકરણ  $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = \log x$  નો ઉકેલ મેળવો. 7

અથવા

ક્લેરોટનું વિકલ સમીકરણ ઉકેલવાની પદ્ધતિ વર્ણવો અને સમીકરણ  $p^2(x-5) + (2x-y)p - 2y = 0$  નો ઉકેલ મેળવો.

- (b) નીચેના વિકલ સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો : 7

(1)  $(y + y^2 - y^3)dx - (x + xy^2 - y)dy = 0$

(2)  $P^2 + 4y + x^2 = 0$

અથવા

નીચેના વિકલ સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો :

(1)  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \frac{\cos x}{y}$

(2)  $p^2 - (x + 3y)p + 2y(x + y) = 0$



2. (a) જો  $f(-a^2) \neq 0$  હોય તો સાબિત કરો કે  $\frac{1}{f(D^2)} \sin ax = \frac{1}{f(-a^2)} \sin ax$  જ્યાં  $D = \frac{d}{dx}$  અને  $(D^3 + D^2 + D + 1)y = \sin 2x$  નો ઉકેલ શોધો. 7

અથવા

જો  $f(D + a) \neq 0$  હોય તો સાબિત કરો કે  $\frac{1}{f(D)} e^{ax} V(x) = e^{ax} \frac{1}{f(D + a)} V(x)$  જ્યાં  $D = \frac{d}{dx}$  અને  $(D^2 + 1)y = xe^x$  નો ઉકેલ શોધો.

- (b) સમીકરણ ઉકેલો :

(1)  $(x^2 D^2 + xD + 1)y = 2 \log x$

(2)  $(D^3 - 6D^2 + 11D - 6)y = 6e^{4x}$

અથવા

સમીકરણ ઉકેલો :

(1)  $(D^2 - 6D + 13)y = x^2 e^{3x} \cos x$

(2)  $(D^2 - 3D + 2)y = 3x^2 - 7x + 5$

3. (a) જો  $r_1$  અને  $r_2$  ત્રિજ્યાવાળા ગોલકો પરસ્પર લંબચ્છેદી હોય, તો સાબિત કરો કે તેમના સામાન્ય છેદ વર્તુળની ત્રિજ્યા  $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$  છે. 7

અથવા

$R^3$  માં ગોલક  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  પરના  $p(\alpha, \beta, \gamma)$  બિંદુએ સ્પર્શતલનું સમીકરણ મેળવો.

- (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(1) બિંદુઓ  $(0, 0, 1)$ ,  $(2, 0, 0)$  અને  $(0, 3, 0)$  માંથી પસાર થતાં વર્તુળનું સમીકરણ અને કેન્દ્ર મેળવો.

(2) સમતલ  $kx - y - 2z = 4$  એ ગોલક  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$  ને સ્પર્શે તો  $k$  ની કિંમત શોધો.

અથવા



નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- (1) સાબિત કરો કે ગોલકો  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z - 86 = 0$  અને  $x^2 + y^2 + z^2 - 20x - 36y + 30z + 424 = 0$  પરસ્પર બહારથી સ્પર્શે છે.
- (2)  $R^3$ માં ગોલક  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z + 10 = 0$ ને સ્પર્ષતી  $4x + 3y - z + 12 = 0$  ને સમાંતર અને  $(-1, -1, -1)$  બિંદુમાંથી પસાર થતી સુરેખાઓના સમીકરણ મેળવો.
4. (a)  $(1, 2, 2)$ ,  $(2, 3, 6)$  અને  $(3, 4, 12)$  દિશાઓવાળી અને ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થતી સુરેખાઓમાંથી પસાર થતા સમશંકુ અને તેના અક્ષનું સમીકરણ શોધો. આ ઉપરથી તારવો કે આ શંકુ ચામાક્ષોમાંથી પસાર થાય છે. 7

અથવા

શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ મેળવો તથા સાબિત કરો કે સમીકરણ  $r = 12 - 5 r \cos \theta$  અતિવલય દર્શાવે છે.

(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : 7

- (1)  $(0, 0, 0)$  શિરોબિંદુ, Y-અક્ષવાળા અને  $\frac{\pi}{4}$  અર્ધશિરઃકોણ હોય એવા સમશંકુનું સમીકરણ મેળવો.
- (2) બિંદુઓ  $(2, \frac{\pi}{6})$  અને  $(4, \frac{\pi}{2})$ માંથી પસાર થતી સુરેખાનું સમીકરણ મેળવો અને સુરેખા પર ધ્રુવમાંથી દોરેલા લંબનો લંબપાદ શોધો.

અથવા

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- (1) સમીકરણ  $3x^2 + 3y^2 = 7z^2$ ને સિલિન્ડરીય અને ગોલીય ચામોમાં ફેરવો.
- (2) જેનો અક્ષ  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$  હોય અને નિર્દેશક વક્ર  $2x^2 + 3y^2 = 1, z = 0$  હોય તેવા નળાકારોનું સમીકરણ મેળવો.



5. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (કોઈપણ સાત)

14

- (1) બર્નોલીનું પ્રમાણિત વિકલ સમીકરણ લખો.
- (2) સમીકરણ ઉકેલો :  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$
- (3) લાગ્રાંજનું વિકલ સમીકરણ લખો.
- (4)  $R^3$ માં ઉપવલ્લીય પરવલયજ અને અતિવલ્લીય પરવલયજના પ્રમાણિત સમીકરણ લખો.
- (5) સંકલ્યકારક અવયવ સમજાવો.
- (6) સમનળાકર અને પરિસ્પર્શી શંકુની વ્યાખ્યા આપો.
- (7) વર્તુળ  $r^2 - 2r(g \cos \theta + f \sin \theta) + c = 0$ નું કેન્દ્ર \_\_\_\_\_ છે, જ્યાં  $f, g, c$  અચળ છે.
- (8) વિકલ સમીકરણ  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{d^3y}{dx^3} = \sin y$ ની કક્ષા અને પરિમાણ જણાવો.
- (9)  $R^3$  માં ધ્રુવીય યામ અને કાર્ટેઝીય યામ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવો.



**AK-105**

April -2018

B.Sc., Sem.-II

**CC-3, Paper-103 : Mathematics  
(Differential Equation & Co-ordinate Geometry)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

- Note :** (1) All questions are compulsory.  
 (2) All questions carry equal marks.  
 (3) Symbols are usual.

1. (a) Explain the method to solve Linear differential equation. And also solve  
 $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = \log x.$  7

**OR**

Write the Clairaut's differential equation and explain the method of its solution.  
 Also solve

$$p^2(x-5) + (2x-y)p - 2y = 0$$

- (b) Solve the equations. 7

(1)  $(y + y^2 - y^3)dx - (x + xy^2 - y)dy = 0$

(2)  $P^2 + 4y + x^2 = 0$

**OR**

Solve the equations

(1)  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \frac{\cos x}{y}$

(2)  $p^2 - (x + 3y)p + 2y(x + y) = 0$

2. (a) If  $f(-a^2) \neq 0$ , then prove that  $\frac{1}{f(D^2)} \sin ax = \frac{1}{f(-a^2)} \sin ax$  where  $D = \frac{d}{dx}$  7

Also solve  $(D^3 + D^2 + D + 1)y = \sin 2x$

**OR**



If  $f(D + a) \neq 0$ , then prove that  $\frac{1}{f(D)} e^{ax} V(x) = e^{ax} \frac{1}{f(D + a)} V(x)$ , where  $D = \frac{d}{dx}$

Also solve  $(D^2 + 1)y = xe^x$

(b) Solve the equations

7

(1)  $(x^2D^2 + xD + 1)y = 2 \log x$

(2)  $(D^3 - 6D^2 + 11D - 6)y = 6e^{4x}$

**OR**

Solve the equations :

(1)  $(D^2 - 6D + 13)y = x^2e^{3x} \cos x$

(2)  $(D^2 - 3D + 2)y = 3x^2 - 7x + 5$

3. (a) If two spheres of radii  $r_1$  and  $r_2$  are orthogonally, then prove that radius of circle

of their intersection is  $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$ .

7

**OR**

Derive the equation of tangent plane to a sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  at the point  $p(\alpha, \beta, \gamma)$  in  $R^3$ .

(b) Answer the following :

7

(1) Find the equation and centre of the circle passing through the points  $(0, 0, 1)$ ,  $(2, 0, 0)$  and  $(0, 3, 0)$

(2) If the plane  $kx - y - 2z = 4$  touches the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$ , find the value of  $k$ .

**OR**

Answer the following :

(1) Prove that the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z - 86 = 0$  and  $x^2 + y^2 + z^2 - 20x - 36y + 30z + 424 = 0$ , touch each other externally.

(2) Find the equation of the straight line touching the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z + 10 = 0$ , parallel to the plane  $4x + 3y - z + 12 = 0$  and passing through  $(-1, -1, -1)$  in  $R^3$ .



4. (a) Find the equation of the cone and its axis, passing through the straight lines having  $(1, 2, 2)$ ,  $(2, 3, 6)$  and  $(3, 4, 12)$  and passing through origin, hence show that cone passes through the co-ordinate axes. 7

**OR**

Obtain the polar equation of conic. And also prove that the equation  $r = 12 - 5 r \cos \theta$  represents the hyperbola.

- (b) Answer the following : 7

(1) Find the equation of the cone, having vertex  $(0, 0, 0)$  and semi-vertical angle  $\frac{\pi}{4}$ , whose axis is Y-axis.

(2) Find the linear equation of straight line passing through  $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$  and  $\left(4, \frac{\pi}{2}\right)$ .

Also find the length of perpendicular drawn from the pole upon it.

**OR**

Answer the following :

(1) Transform the equation  $3x^2 + 3y^2 = 7z^2$  into cylindrical and spherical co-ordinates.

(2) Find the equation of the cylinder having axis  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$  and guiding curve  $2x^2 + 3y^2 = 1, z = 0$ .

5. Answer the following : (any seven) 14

(1) Write the standard form of Bernoulli's differential equation.

(2) Solve :  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

(3) Give the general form of Lagrange's differential equation.

(4) Write standard equation of Elliptic paraboloid and hyperbolic paraboloid in  $R^3$ .

(5) Explain : Integral factor.



- (6) Define :
- (i) Right Circular Cylinder
  - (ii) Enveloping Cone
- (7) The center of the circle  $r^2 - 2r(g \cos \theta + f \sin \theta) + c = 0$  is \_\_\_\_\_; where  $f, g, c$  are constant.
- (8) Write order and degree of the differential equation  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{d^3y}{dx^3} = \sin y$ .
- (9) Give the relation between Cartesian and Polar coordinates in  $R^3$ .

\_\_\_\_\_