Seat No. : _______________

NB-103

November-2022

B.Sc., Sem.-V

301 : Physics

Time : 2½ Hours] **[Max. Marks : 70**

1. (a) ધ્રુવીય યામ (r, θ)માં દ્વિપરિમાણમાં લાપ્લાસ સમીકરણ લખો અને વિભાજિત કરો. 7

અથવા

હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણને કાર્ટેઝીયન યામમાં છુટું પાડો.

(b) લાપ્લાસ સમીકરણને નળાકારીય યામમાં વિભાજિત કરો. 7

અથવા

આપેલ સમય આધારિત શ્રોડિન્જર સમીકરણ

$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t)$ને અવકાશ અને સમય ભાગમાં છુટું પાડો.

2. (a) વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$નો ઘાત શ્રેણી દ્વારા ઉકેલ મેળવો. [$x = 0$ સામાન્ય બિંદુ છે.] 8

અથવા

$\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$નો ઉકેલ મેળવો. જો $y_1(x) = J_0(x)$; તો રેખીય રીતે સ્વતંત્ર હોય તેવો બીજો ઉકેલ $y_2(x)$ મેળવો.

(b) દર્શાવો કે $x = \pm 1$ એ એસોસિયેટેડ લેજેન્ડર સમીકરણ $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + \left(\lambda - \frac{m^2}{1 - x^2}\right)y = 0$નું નિયમિત એકાંકી બિંદુ છે. 6

અથવા

આપેલ અચળ ગુણાંકવાળા રેખીય, પહેલા ક્રમના સમીકરણોના બે રેખીય રીતે સ્વતંત્ર ઉકેલ મેળવો :

$\frac{dx_1}{dt} = x_1 + x_2; \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 - 2x_2$

3. (a) સંરક્ષી તથા અસંરક્ષી તંત્ર માટે લાગ્રાન્જના ગતિનાં સમીકરણો તારવો. 7

અથવા

ગોલીય લોલકના કિસ્સા માટે ગતિનું સમીકરણ મેળવો.

@geniusguruji

Scanned with CamScanner

(b) વિદ્યુતચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતાં વીજભારિત કણ માટે વેગ આધારિત વીજસ્થિતિમાન માટે સમીકરણ મેળવો. 7

અથવા

પૃથ્વી પર અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ $\vec{g}_e$ માટે સમીકરણ મેળવો. જરૂરી આકૃતિ દોરો. ધ્રુવ અને વિષુવવૃત્ત પર કેન્દ્રત્યાગી પ્રવેગ અને અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય કેટલું છે ?

4. (a) ઓબ્સર્વેબલ્સ A અને B માટે અનિશ્ચિતતાના સિદ્ધાંતનું સામાન્ય સમીકરણ તારવો અને તે પરથી સાબિત કરો કે $(\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{1}{2}\hbar$. 7

અથવા

સમાન કણો ધરાવતા તંત્રોના મહત્ત્વના ગુણધર્મો ચર્ચો.

(b) પેરીટી ઓપરેટર સમજાવો અને દર્શાવો કે બધા જ ψ માટે $PL_Z = L_ZP$. 7

અથવા

સરળ આવર્તદોલકની સ્થિર અવસ્થાઓના ગુણધર્મો સમજાવો.

5. માંગ્યા પ્રમાણે લખો : (કોઈપણ **સાત**) (દરેક પ્રશ્નના **બે** ગુણ છે). 14

(i) ડિફ્યુઝન સમીકરણ અને પોઈઝન સમીકરણ માટે સૂત્ર લખો.

(ii) ગોલીય ધ્રુવીય યામમાં ∇^2 માટે સૂત્ર લખો.

(iii) c વેગ સાથે ગતિ કરતાં ત્રિપારિમાણિક તરંગ માટે સૂત્ર લખો.

(iv) સામાન્ય બિંદુ અને એકાંકી બિંદુ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(v) રોન્સ્કીયન $W[e^x, e^{2x}]$ = ______.

(vi) રોન્સ્કીયન પ્રમેય લખો.

(vii) હોલોનોમીક અને સ્કલેરોનોમિક કન્સ્ટ્રેઈન્ટ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(viii) રેલેનું ડીસિપેશન વિધેય માટે સૂત્ર લખો. ઘર્ષણથી ઊર્જા વ્યયનો દર = ______ × રેલેનું ડીસિપેશન વિધેય.

(ix) આભાસી સ્થાનાંતર વ્યાખ્યાયિત કરો. ડી'એલમબર્ટનો સિદ્ધાંત લખો.

(x) ગોલીય ધ્રુવીય યામમાં ઓપરેટર L^2 માટે સૂત્ર લખો.

(xi) લેડર સંકારકો a અને a^+ માટે સૂત્ર લખો.

(xii) પરસ્પર આદાનપ્રદાન કરતા અને ન કરતા તંત્રો (interacting and non-interacting systems) માટે હેમિલ્ટોનિયન H (1, 2)ના સૂત્રો લખો.

@geniusguruji

Scanned with CamScanner

Seat No. : _______________

NB-103

November-2022

B.Sc., Sem.-V

301 : Physics

Time : 2½ Hours] **[Max. Marks : 70**

1. (a) Write Laplace's equation in two dimensions in polar co-ordinates (r, θ) and separate it. **7**

OR

Separate Helmholtz equation in Cartesian co-ordinates. **7**

(b) Separate the Laplace's equation in cylindrical co-ordinates.

OR

The time dependent Schrödinger equation is given by

$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t)$. Separate it into space and time parts.

2. (a) Obtain the power series solution of the following differential equation :

$\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$; [$x = 0$ is an ordinary point]. **8**

OR

Solve $\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$. If $y_1(x) = J_0(x)$; Find the second linearly independent solution $y_2(x)$.

(b) Show that $x = \pm 1$ is the regular singular point of the associated Legendre equation

$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + \left(\lambda - \frac{m^2}{1 - x^2}\right) y = 0.$ **6**

OR

Obtain the two linearly independent solutions of the following set of linear, first order equations with constant co-efficients : $\frac{dx_1}{dt} = x_1 + x_2; \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 - 2x_2.$

3. (a) Derive Lagrange's equations of motion valid for a conservative as well as non-conservative system. **7**

OR

Obtain the equation of motion in case of a spherical pendulum.

@geniusguruji

Scanned with CamScanner

(b) Obtain an expression for the velocity dependent potential for a charged particle moving in an electromagnetic field. 7

OR

Obtain an expression for effective gravitational acceleration $\vec{g}_e$ on the earth. Draw the necessary diagram. What is the value of centrifugal acceleration and effective gravitational acceleration at the poles and at the equator ?

4. (a) For observables A and B, derive the general expressions of uncertainty principle and hence prove that $(\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{1}{2}\hbar$. 7

OR

Discuss the important properties of systems consisting of identical particles.

(b) Explain Parity operator and show that for all ψ, $PL_Z = L_Z P$. 7

OR

Explain the properties of stationary states of simple harmonic oscillator.

5. Do as directed : (any **seven**) (Each question carries **two** marks). 14
   (i) Write the expression for diffusion equation and Poisson equation.
   (ii) Write the expression for the operator ∇^2 in spherical polar co-ordinates.
   (iii) Write the expression for three-dimensional wave equation for a wave proceeding with velocity c.
   (iv) Define ordinary point and singular point.
   (v) The Wronskian $W[e^x, e^{2x}]$ = _____
   (vi) State Wronskian theorem.
   (vii) Define holonomic and scleronomic constraints.
   (viii) Write the expression for Rayleigh's dissipation function. The rate of dissipation of energy by friction is equal to _____ the Rayleigh's dissipation function.
   (ix) Define virtual displacement. State D'Alembert's principle.
   (x) Write the expression for the operator L^2 in spherical polar Co-ordinates.
   (xi) Write the expressions for ladder operators a and a^+.
   (xii) Write the expressions for Hamiltonian H (1, 2) in case of interacting and non-interacting systems.

@geniusguruji

Scanned with CamScanner