

Seat No. : _____

NB-108

November-2021

B.Sc., Sem.-V

CC-301 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics, Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 50

- સૂચના : (1) વિભાગ-Iમાંથી કોઈપણ ત્રણ પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો. દરેક પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.
(2) વિભાગ-IIમાંથી કોઈપણ આઠ પ્રશ્નોના ઉત્તર ટૂંકમાં લખો. દરેક પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.
(3) જે વિકલ્પ લખો, તેને સ્પષ્ટપણે દર્શાવો.
(4) સંજ્ઞાઓના અર્થ પ્રચલિત પ્રણાલિકા મુજબ છે.

વિભાગ-I

(કોઈપણ ત્રણના ઉત્તર લખો.)

1. (A) ઉદાહરણ સાથે ભૌતિકશાસ્ત્રની વિવિધ શાખાઓમાં આવતા અશત: વિકલ સમીકરણો વિશે ટૂંકનોંધ લખો. 7
- (B) હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણને કાર્ટેઝિયન યામોમાં વિભાજીત કરો. 7
2. (A) ત્રિપારિમાણિક તરંગ સમીકરણને, ચલવિભાજનની રીતથી અવકાશ (Space) અને સમય ભાગમાં વિભાજીત કરો. 7
- (B) હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણને નળાકારીય યામોમાં વિભાજીત કરો. 7
3. (A) બેસેલ સમીકરણ લખો. તેના માટે $x = 0$ એ નિયમિત એકાંકી બિંદુ (Regular singular point) છે તેમ સાબિત કરો. 7
- (B) નીચે આપેલ વિકલ સમીકરણો માટે, એકાંકી (Singular) બિન્દુઓ શોધો. તે બિન્દુ માટે એકાંકીનો પ્રકાર નક્કી કરો :
 - (i) $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + \eta^2 y = 0, \eta = \text{integer}$ 4
 - (ii) $x \frac{d^2y}{dx^2} + (1-x) \frac{dy}{dx} + ay = 0, a = \text{constant}$ 3
4. (A) નીચેના વિકલ સમીકરણનો ઘાત શ્રેણી દ્વારા ઉકેલ મેળવો : 7
$$\frac{d^2y}{dx^2} + (\lambda - x^2)y = 0, \lambda = \text{અચળ}$$
- (B) રોન્સ્કીયન (Wronskian) પ્રમેયનું કથન લખી સાબિત કરો. 7

5. (A) પ્રતિબંધો (constrains) એટલે શું? ઉદાહરણ આપી તેના પ્રકાર વર્ણવો. 7
 (B) સ્થિત સમતુલિત તંત્ર તેમજ ગતિકીય તંત્ર માટે ડી'એલમબર્ટનો સિદ્ધાંત તારવો. 7
6. (A) ડી'એલમબર્ટના સિદ્ધાંતની મદદથી સંરક્ષી હોલોનોમિક તંત્ર માટે લાગ્રાન્જેના ગતિના સમીકરણો તારવો. 7
 (B) પરિભ્રમણીય યામ પદ્ધતિઓ વર્ણવો અને દર્શાવો કે કોણીય પ્રવેગ ($\dot{\phi}$), સ્થિર અને પરિભ્રમણીય તંત્રો માટે સમાન છે. 7
7. (A) ઓબ્ઝર્વેબલ્સ (observables) A અને B માટે અનિશ્ચિતતાના સિદ્ધાંતનું સામાન્ય સમીકરણ તારવો અને તે પરથી સાબિત કરો કે $(\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{1}{2} \hbar$. 7
 (B) ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રની ચોથી પૂર્વધારણા વિસ્તૃતપણે વર્ણવો. 7
8. (A) સરળ આવર્ત દોલક માટે ઊર્જા આયગન મૂલ્ય સમીકરણ તારવો. 7
 (B) એબસ્ટ્રેક્ટ કારકો a તથા a^\dagger ને વ્યાખ્યાયિત કરી સાબિત કરો કે Hનું આયગન મૂલ્ય $(n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c$ છે. 7

વિભાગ-II

(કોઈપણ આઠના જવાબ આપો.)

9. ટૂંકમાં જવાબ આપો : (કોઈપણ આઠ) 8
- (1) વ્યાખ્યા આપો : અંશત: વિકલ સમીકરણ
 - (2) વ્યાખ્યા આપો : સામાન્ય વિકલ સમીકરણ
 - (3) ચલ વિભાજન રીતની ઉપયોગિતા જણાવો.
 - (4) ગોળીય ધ્રુવીય યામપદ્ધતિ માટે ∇^2 લખો.
 - (5) સામાન્ય અને એકાંકી બિન્દુ વ્યાખ્યાયિત કરો.
 - (6) નિયમિત એકાંકી બિન્દુ અને અનિયમિત એકાંકી બિન્દુ વ્યાખ્યાયિત કરો.
 - (7) રોન્સ્કીયન $W[e^x, e^{-x}] = \underline{\hspace{2cm}}$
 - (8) રોન્સ્કીયન $W[\sin x, \cos x] = \underline{\hspace{2cm}}$
 - (9) સામાન્યીકૃત યામો (Generalized co-ordinates) વ્યાખ્યાયિત કરો.
 - (10) ઉર્ધ્વતલમાં દોલિત સાદાલોલકની ગતિ માટે સામાન્યીકૃત યામ લખો.
 - (11) વ્યાખ્યા આપો : મુક્તતાના અંશો
 - (12) વ્યાખ્યા આપો : સંસ્થિતિ અવકાશ (Configuration space)
 - (13) સંયુક્ત તંત્ર માટે હેમિલ્ટોનિયન $H(1, 2) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - (14) શૂન્ય-બિન્દુ ઊર્જા (zero-point energy) વ્યાખ્યાયિત કરો.
 - (15) વ્યાખ્યા આપો : પેરીટી (Parity)
 - (16) ફર્મિયોન્સ (Fermions) ના તરંગ વિધેયો હંમેશા $\underline{\hspace{2cm}}$ હોય છે.

NB-108

November-2021

B.Sc., Sem.-V

CC-301 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics, Quantum Mechanics)**Time : 2 Hours]****[Max. Marks : 50**

- Instructions :**
- (1) In Section-I, answer any **three** questions. Each question carries equal marks.
 - (2) In Section-II, answer any **eight** questions in short. Each question carries equal marks.
 - (3) Mention clearly the option you attempt.
 - (4) Symbols have their usual meaning.

Section-I
(Answer any Three)

1. (A) Write note on partial differential equation occurring in the different branches of Physics with examples. 7
 (B) Separate the Helmholtz equation in Cartesian Co-ordinates. 7
2. (A) Using the method of separation of variable separate three dimensional wave equation into space and time parts. 7
 (B) Separate Helmholtz equation in cylindrical co-ordinates. 7
3. (A) Write Bessel's equation and prove $x = 0$ is a regular singular point of Bessel's equation. 7
 (B) Find the singular points of the following differential equation and find types of singularities for that point. 7
 - (i) $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + \eta^2 y = 0, \eta = \text{integer}$ 4
 - (ii) $x \frac{d^2y}{dx^2} + (1-x) \frac{dy}{dx} + ay = 0, a = \text{constant}$ 3
4. (A) Solve the following differential equation using power series : 7

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (\lambda - x^2)y = 0, \lambda = \text{constant}$$

 (B) State and prove Wronskian theorem. 7

5. (A) What are constraints? Explain giving example different types of constraints. 7
 (B) Derive D'Alembert's principle for static equilibrium and dynamical system. 7
6. (A) Derive Lagrange's equation of motion for holonomic conservative system using D'Alembert principle. 7
 (B) Explain rotating co-ordinate systems and shows that the angular momentum $\dot{\omega}$ is the same in fixed and the rotating systems. 7
7. (A) For observables A and B, derive the general expressions of uncertainty principle and hence prove that $(\Delta x) (\Delta p) \geq \frac{1}{2} \hbar$. 7
 (B) In detail, explain the fourth postulate of quantum mechanics. 7
8. (A) Derive the energy eigen values equation of the simple harmonic oscillator. 7
 (B) Define abstract operators a and a^+ and hence prove that eigen values of H are $(\eta + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c$ 7

Section-II

(Answer any Eight)

9. Answer in short : (Any Eight) 8
- (1) Define partial differential equation.
 - (2) Define ordinary differential equation.
 - (3) Write the application of the method of separation of variables.
 - (4) Write ∇^2 spherical polar co-ordinates.
 - (5) Define ordinary point and singular point.
 - (6) Define regular singular point and irregular singular point.
 - (7) Wronskian $W[e^x, e^{-x}] =$ _____
 - (8) Wronskian $W[\sin x, \cos x] =$ _____
 - (9) Define generalized co-ordinates.
 - (10) Write generalized co-ordinates for the motion of a simple pendulum oscillating in a vertical plane.
 - (11) Define number of degrees of freedom.
 - (12) Define configuration space.
 - (13) For combined system Hamiltonian $H(1, 2) =$ _____.
 - (14) Define zero-point energy.
 - (15) Define parity.
 - (16) Fermions always have _____ wave function.