Seat No. : _______________

# MB-109

**March-2018**

**B.Sc., Sem.-V**

**CC-301 : Physics**

**Time : 3 Hours]** **[Max. Marks : 70**

**સૂચના :** (1) દરેક પ્રશ્નના ગુણ સરખા છે.
(2) સંકેતો પ્રચલિત અર્થમાં છે.

1. (a) હેલ્મ હોલ્ટ્ઝ સમીકરણને ગોલીય ધ્રુવીય યામ પદ્ધતિમાં વિભાજીત કરો. 7

**અથવા**

વિસરણ સમીકરણ $\frac{\partial \rho(\vec{r},t)}{\partial t} = D\nabla^2 \rho(\vec{r},t)$ ને નળાકારીય યામ પદ્ધતિમાં વિભાજીત કરો.

(b) સમય પર આધારિત શ્રોડિન્જર સમીકરણ

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \Psi(\vec{r},t) + V(\vec{r})\,\Psi(\vec{r},t)$$

ને ગોલીય ધ્રુવીય યામ પદ્ધતિમાં વિભાજીત કરો. 7

**અથવા**

લાપ્લાસ સમીકરણ લખો અને તેને કાર્તેઝીય યામ પદ્ધતિમાં છુટું પાડો.

2. (a) આપેલ વિકલ સમીકરણને ઘાત શ્રેણી દ્વારા ઉકેલ મેળવો. 7

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

**અથવા**

બેસેલ સમીકરણ લખો અને તેને ફ્રોબેનિયસની રીતથી ઉકેલો.

(b) આપેલ સમીકરણ

$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - 1)\,y = 0$ નો એક ઉકેલ $J_1(x)$ છે. રોન્સ્કીયન (Wronskian)ની પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીને તેનો બીજો સ્વતંત્ર ઉકેલ મેળવો. 7

**અથવા**

રેખીય તંત્ર માટે પ્રથમ કક્ષાના અચળ સહગુણકો ધરાવતા સમીકરણો

$$\frac{dx_1}{dt} = 5x_1 + 4x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_1 + x_2$$

માટે દ્વિતીય રેખીય સ્વતંત્ર ઉકેલ મેળવો.



@geniusguruji

3. (a) ડી' એલેમ્બટનો સિધ્ધાંતનો ઉપયોગ કરીને કોન્ઝર્વેટીવ હોલોનોમીક તંત્ર માટે લાગ્રાન્જનું ગતિનું સમીકરણ મેળવો. **7**

**અથવા**

ઉદાહરણ સહિત સમજાવો :

(1) હોલોનોમીક અને નોન-હોલોનોમીક કંસ્ટ્રેઈન્ટ.

(2) સ્કેલરોનોમસ અને રીહોનોમસ કંસ્ટ્રેઈન્ટ.

(b) દઢ પદાર્થની ગતિ ઊર્જા માટેનું સમીકરણ મેળવો. **7**

**અથવા**

જડત્વની ચાકમાત્રાનો ટેન્શર સમજાવો.

4. (a) કારક a અને $a^+$ નું સૂત્ર લખો અને સાબિત કરો કે : **7**

(i) $[a, a^+] = 1$ (ii) $[a^+a, a] = -a$

તથા દર્શાવો કે $a^+$ વધતો અને a ઘટતો નીસરણી કારક (ladder operator) છે.

**અથવા**

કોણીય વેગમાનનાં વર્ગના સંદર્ભે નીચેના સૂત્રો મેળવો :

(i) $$L^2 = -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]$$

(ii) $$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left(\lambda - \frac{m^2}{\sin^2\theta}\right)\Theta = 0$$

(b) "પેરીટી કારક" પર ટૂંકનોંધ લખો. **7**

**અથવા**

એક પારિમાણિક સરળ આવર્ત દોલકના સ્થિર સ્થિતિઓના (stationary states) ગુણધર્મની ચર્ચા કરો.

5. નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો : **14**

(1) દ્વિતીય ક્રમનાં રેખીય વિકલ સમીકરણ માટે સામાન્ય બિંદુ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(2) ઈન્ડિસિયલ (indicial) સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને

$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0$ માટે સામાન્ય ઉકેલ લખો.

(3) નિયમિત એકાંકીબિંદુ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(4) રોન્સ્કીયન એટલે શું ?

(5) ત્રિપારિમાણીક તરંગ સમીકરણ લખો.

(6) બેસેલ વિધેય માટે નિયમિત એકાંકી બિંદુ લખો.

(7) વ્યાખ્યા આપો : ચક્રીય યામો

(8) લાગ્રાન્જીયન ફોરમ્યુલેશનના ફાયદાઓ જણાવો.

(9) $\Phi m(\phi) = Ae^{im\phi}$ માં A શું છે ? તેનું મૂલ્ય જણાવો.

(10) શૂન્ય બિંદુ ઊર્જા શું છે ? એક પારિમાણીક સરળ આવર્ત દોલક માટે તેનું મૂલ્ય જણાવો.

(11) $L^2$ શા માટે $(2l + 1)$ ફોલ્ડ ડીજનરેટ છે ?

(12) સરળ આવર્ત દોલક માટે ઊર્જા આયગન મૂલ્ય $E_n$ નું સૂત્ર લખો.

(13) હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણ પરવલયાંક યામ પદ્ધતિમાં લખો.

(14) હર્માઈટ પોલીનોમીયલ માટે જનરેટીંગ વિધેય લખો.



@geniusguruji

Seat No. : _______________

# MB-109

**March-2018**

**B.Sc., Sem.-V**

**CC-301 : Physics**

**Time : 3 Hours]** **[Max. Marks : 70**

**Instruction :** (1) **All** questions carry equal marks.
(2) Symbol have their usual meaning.

1. (a) Separate Helmholtz equation in spherical polar co-ordinate system. **7**

**OR**

Separate the diffusion equation

$$\frac{\partial \rho(\vec{r},t)}{\partial t} = D\nabla^2 \rho(\vec{r},t)$$

in cylindrical co-ordinate system.

(b) Separate the time dependent Schrodinger equation

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \Psi(\vec{r},t) + V(\vec{r})\,\Psi(\vec{r},t)$$

in spherical polar co-ordinate system. **7**

**OR**

Write Laplace equation in Cartesian co-ordinate and separate it.

2. (a) Solve the differential equation using power series method. **7**

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

**OR**

Write Bessel's equation. Solve it using Frobenius method.

(b) One solution of the differential equation

$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - 1)\,y = 0$ is $J_1(x)$. Obtain second independent solution using method of Wronskian. **7**

**OR**

Systems of linear, first order equations with constant co-efficient are

$$\frac{dx_1}{dt} = 5x_1 + 4x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_1 + x_2$$

Obtain second independent linear solution of given equation.



@geniusguruji

3. (a) Using D'Alembert's principle obtain Lagrange's equation of motion for conservative holonomic system. **7**

**OR**

Explain with Illustration :

(1) Holonomic and non-Holonomic constraints.

(2) Scleronomous and Rheonomous constraints.

(b) Obtain an expression for the kinetic energy of a rigid body. **7**

**OR**

Explain moment of inertia tensor.

4. (a) Write the expression for operator a and $a^+$ and prove : **7**

(i) $[a, a^+] = 1$ (ii) $[a^+a, a] = -a$

Also show that $a^+$ is raising and a is lowering ladder operator.

**OR**

Derive following equation in the terms of square of angular momentum $L^2$.

(i) $L^2 = -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \right]$

(ii) $\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left( \lambda - \frac{m^2}{\sin^2\theta} \right) \Theta = 0$

(b) Write short note on "Parity Operator". **7**

**OR**

Discuss the property of stationary states of one dimensional simple harmonic oscillator.

5. Write answer of following questions : **14**

(1) Define ordinary point of the second order linear differential equation.

(2) Using indicial equation, write general solution of differential equation

$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \frac{1}{4})\, y = 0$

(3) Define : Regular singular point.

(4) What is Wronskian ?

(5) Write three dimensional wave equation.

(6) Write regular singular point of Bessel's function.

(7) Define : Cyclic co-ordinate.

(8) Write advantages of Lagrangian formulation.

(9) In $\Phi m(\phi) = Ae^{im\phi}$ what is A ? Gives its value.

(10) What is "Zero point energy" ? Write value of its for one dimensional simple harmonic oscillator.

(11) Why $L^2$ is $(2l + 1)$ fold degenerate ?

(12) Write expression for energy Eigen value $E_n$ for the simple harmonic oscillator.

(13) Write Helmholtz equation in parabolic co-ordinate system.

(14) Write generating function of the Hermite polynomial.

---



@geniusguruji