

LD-111

April-2014

B.Sc. Sem.-VI**CC-307 : Physics****(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

સૂચના : (1) બધા જ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

Instructions : All questions carry equal marks.

(2) સંજ્ઞાઓ તેમના પ્રચલિત અર્થમાં છે.

Symbols have their usual meanings.

1. (અ) જો 'v' પૂર્ણાંક ન હોય તો દર્શાવો કે $W [J_v(x), J_{-v}(x)] = \frac{-2\sin \pi v}{\pi x}$ 7Show that $W [J_v(x), J_{-v}(x)] = \frac{-2\sin \pi v}{\pi x}$ if 'v' is not an integer.**અથવા/OR**

v = n પૂર્ણાંક માટે સાબિત કરો કે :

For v = n an integer, show that :

(1) $J_{v-1}(x) + J_{v+1}(x) = \frac{2v}{x} J_v(x)$

(2) $J_{v-1}(x) - J_{v+1}(x) = 2J'_v(x)$

(બ) સાબિત કરો કે $J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(m\theta - x \sin \theta) d\theta$ 7Prove that $J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(m\theta - x \sin \theta) d\theta$ **અથવા/OR**

દર્શાવો કે :

Show that :

(1) $x P'_l(x) - l P_l(x) = P'_{l-1}(x)$

(2) $x P'_{l-1}(x) + l P_{l-1}(x) = P'_l(x)$

2. (અ) જીઓડેસીક્સ સમજાવો. ગોલીય સપાટીના જીઓડેસીક્સ ગુરૂ વર્તુળો છે. તેમ દર્શાવો. 7
Explain geodesic. Show that the geodesic of spherical surface are great circles.

અથવા/OR

લઘુત્તમ સમયનો કોયડો વર્ણવો. આ કોયડો કેવી રીતે ઉકેલાય છે તે સવિસ્તર સમજાવો.

Describe shortest time problem. How this problem can be solved ? Explain in detail.

- (બ) વીજયાંત્રિક સરખામણી (electromechanical analogies)ને આધારે LCR શ્રેણી પરિપથ અને LCR સમાંતર પરિપથ માટે લાગ્રાન્જિયન મેળવો. 7

Obtain Lagrangian for series LCR and parallel LCR electric circuit on the basis of electro-mechanical analogies.

અથવા/OR

l ત્રિજ્યા ધરાવતા લીસા ગોલક (smooth sphere) પર ગુરૂત્વાકર્ષણની અસર નીચે m દ્રવ્યમાન ધરાવતો કણ ગતિ કરે છે. લાગ્રાન્જિયા અનિર્ધારિત ગુણાંકની મદદથી ગોલકની સપાટી પરથી કણ માટેનો “flies off” ખૂણો શોધો (સપાટીનું ઘર્ષણ અવગણો).

A particle of mass m is moving under the action of gravity on the surface of smooth sphere of radius l . Apply Lagrangian method of undetermined multiplier to find out the angle at which the particle “flies out” of the surface. (neglect surface friction)

3. (અ) હાઈડ્રોજન અણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીન્જર સમીકરણ લખો. આયગન મૂલ્યો મેળવવા માટે ત્રિજ્યાવર્તી સમીકરણ ઉકેલો. 7

Write radial schrodinger's equation for hydrogen atom. Solve radial equation for getting eigen values.

અથવા/OR

સમદિકઘર્મી દોલક (Isotropic Oscillator) માટે ત્રિજ્યાવર્તી તરંગ સમીકરણ લખો. આ સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને સમદિકઘર્મી દોલક માટે આયગન મૂલ્ય અને આયગન વિધેય મેળવો.

Write the radial schrodinger equation for isotropic oscillator and solve this equation to derive the eigen values and eigen functions of isotropic oscillator.

- (બ) ત્રિ-પારિમાણિક સ્થિતિમાન કૂપ વ્યાખ્યાયિત કરો અને કૂપના અંતર્ગત ભાગ (Interior region)માં ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીન્જર સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો. 7

Define three dimensional square well potential and obtain the solution of radial schrodinger equation in its interior region.

અથવા/OR

સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં વિજભારીત કણ માટેના શક્તિવર્ણપટ અને આયગન વિધેયોની ચર્ચા કરો.

Discuss the energy spectrum and eigen functions for a charged particle in a uniform magnetic field.

4. (अ) (1) अवस्था सदिश (State Vector) निरूपण समझावो. 7

Explain the representation of State Vectors.

- (2) गतिकीय चलो (dynamical variables)नुं श्रेणिक संकारको (Matrix Operators)नी स्वरूपमां निरूपण समझावो अने दर्शावो के

Discuss the representation of a dynamical variables as Matrix operator and show that

$$(x)_A = [F]_A (\Psi)_A$$

अथवा/OR

श्रोडीन्जर निरूपण (schrodinger representation)नी चर्चा करो अने बतावो के

Explain the schrodinger representation and show that

$$\langle x | \hat{P} | \Psi \rangle = -i\hbar \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x}$$

- (ब) यामतंत्रना रेण्णीय स्थानांतर प्रेरीत अकेक्य रूपांतरण माटे दर्शावो के $|x\rangle' = e^{-ie_j \hat{p}_x / \hbar} |x\rangle$ 7

Show that $|x\rangle' = e^{-ie_j \hat{p}_x / \hbar} |x\rangle$ for unitary transformation induced by translation of co-ordinate system.

अथवा/OR

याम संछतिना प्रमाणाथी प्रेरीत अकेक्य रूपांतरण पर सविस्तर चर्चा करो. बतावो के

Discuss in detail the unitary transformation induced by rotation of co-ordinate system. Show that

$$[\Sigma_x, \Sigma_y] = i \Sigma_z$$

5. टूंकमां जवाब आपो : 14

Answer in short :

- (1) न्युमान विधेय (Neumann function) लखो.

Write Neumann function.

- (2) हेन्कल विधेय (Hankel Function)

Write Hankel functions

(i) $H_v^{(1)}(x)$

(ii) $H_v^{(2)}(x)$

- (3) બેસેલ વિધેય માટે લંબછેદકીય સંબંધ (Orthogonality relation) લખો.
Write orthogonality relation for Bessel's function.
- (4) લીજેન્ડ્ર વિકલન સમીકરણ લખો.
Write Legendre differential equation.
- (5) વિન્યાસ અવકાશ (configuration space) વ્યાખ્યાયિત કરો.
Define configuration space.
- (6) ઓઈલર-લાગ્રાન્જેનું સમીકરણ લખો.
Write Euler-Lagrange's equation.
- (7) હેમિલ્ટનનો સિદ્ધાંત લખો.
State Hamilton's principle.
- (8) હોડોગ્રાફ (Hodograph) વ્યાખ્યાયિત કરો.
Define Hodograph.
- (9) અવસ્થા વિધેય (state vector) વ્યાખ્યાયિત કરો.
Define state vector.
- (10) હિલબર્ટ અવકાશ (Hilbert Space) વ્યાખ્યાયિત કરો.
Define Hilbert Space.
- (11) \hat{x} અને \hat{p} વચ્ચેની ક્વોન્ટમ શરત લખો.
Write quantum condition between \hat{x} and \hat{p}
- (12) ગેજ ટ્રાન્સફોર્મેશન (Gauge Transformation) એટલે શું ?
What is Gauge Transformation ?
- (13) ગોળીય ધ્રુવીય યામો (Spherical Polar co-ordinates) અને પેરાબોલિક (Parabolic) યામ વચ્ચેનો સંબંધ લખો.
Write relation between Spherical Polar Co-ordinates and Parabolic Co-ordinates.
- (14) બીટા ક્ષયની પ્રક્રિયામાં પેરીટીનું સંરક્ષણ થાય છે કે નહીં ?
Does parity is conserved in the process of beta decay ?
-